

**Решения и критерии оценивания заданий городской олимпиады школьников
по математике для 5-6 классов в 2018/2019 учебном году**

**5 класс
(2 часа)**

1. Чебурашка хочет восстановить пример на сложение, где цифры слагаемых заменены звездочками: $** + ** + ** = 295$. Разные звёздочки можно заменять как на разные цифры, так и на одинаковые. Крокодил Гена утверждает, что знает два различных решения. Прав ли он? Решения считаются различными, если среди слагаемых одного решения можно найти слагаемое, которого нет в другом решении.

Ответ. Прав. Существуют два различных решения.

Решение. $99+99+97=295$. $99+98+98=295$.

Критерии. Если приведено неверное решение – 0 баллов.

Только ответ без примеров – 0 баллов.

Любое верное решение – 7 баллов.

Количество способов больше двух не оценивается.

2. Чебурашка и Крокодил Гена соревновались в скорости бега по коридору. Старт был дан спортсменам одновременно, причем Чебурашка бежал из левого конца коридора в правый конец, а Крокодил Гена – наоборот, из правого в левый. Спортсмены встретились через 6 секунд после старта, а когда за следующие 4 секунды Крокодил Гена добежал до своего конца коридора, Чебурашке оставалось бежать еще 8 метров. Чему равна длина коридора? Ответ обосновать.

Ответ: 24 м.

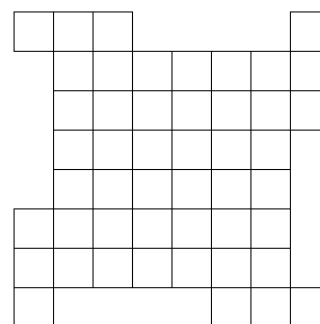
Решение. За шесть секунд вместе они пробежали весь коридор, а последующие четыре секунды они вместе пробегут $4/6=2/3$ коридора. Значит, Чебурашке осталось пробежать $1-2/3=1/3$ коридора, что равно 8 метрам. Значит, коридор втрое длиннее, то есть 24 метра.

Критерии. Если приведено неверное решение – 0 баллов.

Только ответ без объяснения – 0 баллов.

Любое верное решение – 7 баллов.

3. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на восемь равных (по форме и по площади) частей. Резать можно только по сторонам клеточек.



Решение.

Первый шаг. Площадь фигуры $8 \times 8 - 4 \times 4 = 48$. Значит, площадь одной части равна $48:8=6$ клеточек.

Второй шаг. Рассмотрим фигурки их 6 клеток. Например, см. рис. 1 и 2.

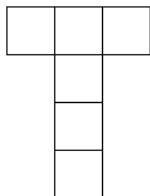


Рис. 1.

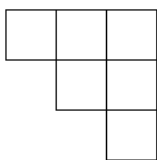


Рис. 2.

Третий шаг. Тогда получим разрезания – см. рис 3 и 4.

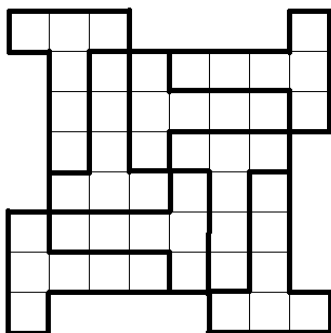


Рис. 3.

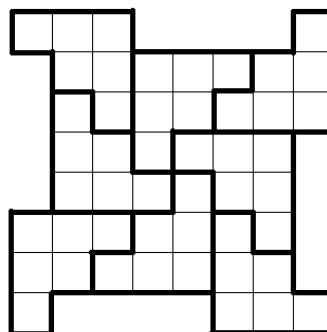


Рис. 4.

Критерии.

Любое верное решение (объяснение примера не требуется) – 7 баллов.

4. В ряд сидят 5 человек, каждый из которых либо всегда лжёт, либо всегда говорит правду. Все они заявили, что справа и слева от них (не только рядом) одинаковое число лжецов. Сколько среди них может быть лжецов? (не забудьте перечислить все ответы и их обосновать)

Ответ: 0, 2, 4.

Решение. Первый способ.

Первый и второй случаи. Если лжецов пять или три, то средний из них говорит правду. Это невозможно.

Третий случай. Если лжец один, то все рыцари лгут. Что также невозможно.

Четвёртый, пятый и шестой случаи. Остальные случаи возможны: *rrrrrr* (нет лжецов), *lrrrrl* (два лжеца), *llrlll* (четыре лжеца).

Второй способ. Рассмотрим человека, который сидит в середине (третьим).

Первый случай. Если он рыцарь (то есть всегда говорит правду). Тогда слева и справа от него одинаковое число лжецов. Значит, всего лжецов чётное число: 0, 2 или 4. Примеры – см. первый способ.

Второй случай. Если он лжец. Тогда те, кто сидит с краю, обязательно лгут, так как с одной стороны от них нет лжецов, а с другой стороны есть хотя бы один лжец. Значит, по краям сидят лжецы. Тогда на втором и четвёртом местах сидят лжец и рыцарь, иначе лжец, сидящий на третьем месте, будет говорить правду. Но тогда рыцарь будет лгать, так как с одной стороны от него будет 1 лжец, а с другой – 3 лжеца. Противоречие.

Критерии. Если найдены два верных ответа из трёх – 1 балл.

Если найдены все верные ответы – 2 балла.

Если верно разобраны четыре случая (три существующих и один несуществующий) – 3 балла.

Если верно разобраны только пять случаев (три существующих и два несуществующих) – 4 балла.

Если верно разобраны все шесть случаев и верный ответ – 7 баллов.

5. Перед Крокодилом Геной и Чебурашкой лежит две кучи: в одной 1009, в другой 1010 конфет. По очереди (начинает Чебурашка) они берут из них конфеты. Причем, Крокодил Гена может взять из любой кучи 4 или 5 конфет, а Чебурашка – 5 конфет (в сумме) из двух куч. Проигрывает тот, кто не сможет забрать очередную порцию конфет. Кто сможет обеспечить себе победу и как он должен для этого играть?

Ответ: Крокодил Гена.

Решение.

Выигрышная стратегия. Крокодил Гена берет первые 5 ходов по конфеты 4. Тогда за 5 ходов Чебурашки и Гены и 6 хода Чебурашки они возьмут вместе 50 конфет. Останется 1960 конфет. Теперь ход Крокодила Гены. Дальше Гена всегда берёт по 5 конфет. И через некоторое число пар ходов Гены и Чебурашки из 2019 конфет останется 9.

Тогда в этот момент, когда в обеих кучах будет в сумме 9 конфет, будет делать ход Крокодил Гена.

Если перед ходом Крокодила Гены в обеих кучах вместе останется ровно 9 конфет, то Крокодил Гена обязательно сможет сделать ход (так как в одной из кучек не менее 5 конфет), а Чебурашка следующий ход сделать не сможет (останется только 4 конфеты) и проиграет.

Критерии. Если есть только верный ответ – 0 баллов.

Если указана только выигрышная стратегия, но не доказано, почему она выигрывает – 3 балла.

Если указана выигрышная стратегия и доказано, почему она выигрывает – 7 баллов.

Замечание. Если Крокодил Гена всегда берёт по 5 конфет, то и Чебурашка тоже будет брать по 5 конфет (обязательно из другой кучки, то есть $5+0$). Тогда к моменту, когда останется 9 конфет, будет ход Чебурашки и в кучках будет 4 и 5 конфет. Тогда Чебурашка берёт 2 конфеты из одной кучки и 3 конфеты из другой кучки ($2+3=5$) и получает по 2 конфеты в каждой кучке. Крокодил Гена проигрывает, так как не может сделать ход.